UNIVERSIDADE DA CORUÑA

FUNDAMENTOS FINANCIEROS PARA LA GESTIÓN DEL RIESGO DE INTERÉS

Carlos Piñeiro Sánchez

Grupo de investigación en Dirección Financiera y Sistemas de Información (fysig)

Departamento de Economía Financiera y Contabilidad

CONTENIDO

- Valoración de activos de renta fija
  - Precio, rendimiento y tasas de interés
  - La estructura temporal de tipos de interés
    - Tipos de contado y tipos a plazo
    - La ETTI: identificación y previsión
- El riesgo de interés
  - Variables relevantes
  - Medida del riesgo
    - Duración, volatilidad y convexidad
  - Estrategias de gestión y cobertura
    - Inmunización simple de carteras

VALORACIÓN DE ACTIVOS DE RENTA FIJA

- Obligaciones y bonos se denominan "de renta fija" porque sus flujos de caja se conocen de antemano
  - Dando por sentada la solvencia del emisor, y supuesto que los cupones se calculen a tipo fijo
- Entonces, el precio de un bono se situará en torno a su VAN, que es el valor financiero actual de sus pagos: cupones y amortización
  - Un bono cupón con nominal N, amortizable a la par dentro de T años, y con un cupón anual i, tendrá un precio en torno al siguiente valor:

$$P_0 = \frac{i \cdot N}{1 + r_1} + \frac{i \cdot N}{(1 + r_2)^2} + \dots + \frac{i \cdot N + N}{(1 + r_T)^T}$$

Supongamos que se pone en circulación un bono cupón de 150€ nominales, con i = 4% y vencimiento en tres años

Las tasas de interés vigentes a 1, 2 y 3 años son . . . . =>

t	Tasa
1	3,63%
2	6,32%
3	7,17%

$$P_0 = \frac{0{,}04 \cdot 150}{1{,}0363} + \frac{0{,}04 \cdot 150}{1{,}0632^2} + \frac{0{,}04 \cdot 150 + 150}{1{,}0717^3} = 137{,}85 \text{ um.}$$

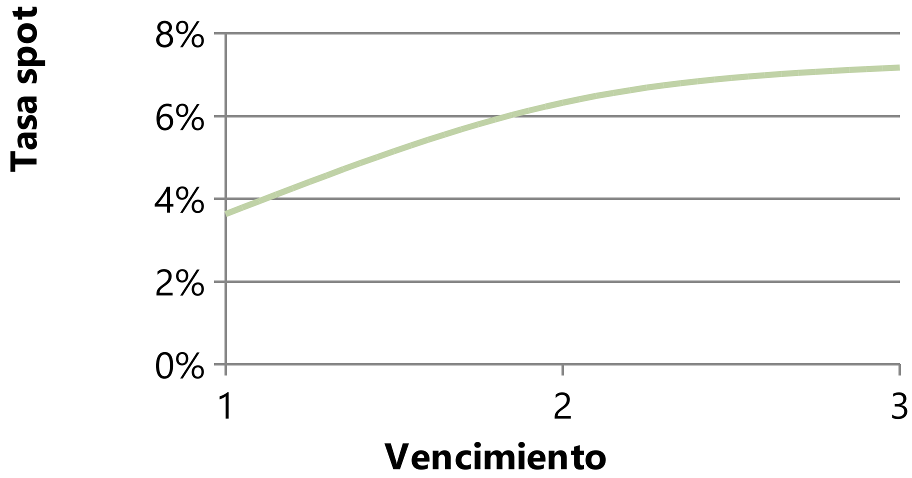
El valor depende de las tasas de interés que el mercado aplica para cada vencimiento

¿Cómo se forman estas tasas, y cómo podemos identificarlas?
¿Qué ocurre con el bono, si estas tasas cambian?

Ejemplo 1

LOS TIPOS DE INTERÉS

- El “precio” por intercambiar capitales con diferentes fechas de disponibilidad
- Resulta de la oferta y la demanda de capital, y es diferente para cada plazo o vencimiento => tipo spot
  - Existe una “estructura temporal” de tipos de interés
  - La expresión gráfica de la ETTI es la curva de tipos, que expresa los tipos de contado para cada plazo



CONSTRUIR LA CURVA DE TIPOS

- Método de los bonos cupón cero

$$P_T = P_0 \cdot (1 + {}_0R_T)^T \Rightarrow {}_0R_T = \sqrt[T]{\frac{P_T}{P_0}} - 1$$

- Método de los bonos cupón
  - En ausencia de bonos cupón cero (“curva de rendimiento”)
- Método de la duración (D)
  - Establecer una “equivalencia” entre los flujos de un bono cupón y los de un bono cupón cero con vencimiento en D
- Métodos de ajuste mediante modelos econométricos
  - Permite reducir los sesgos y cubrir los huecos que puedan existir en la curva de tipos construida por los métodos anteriores

LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

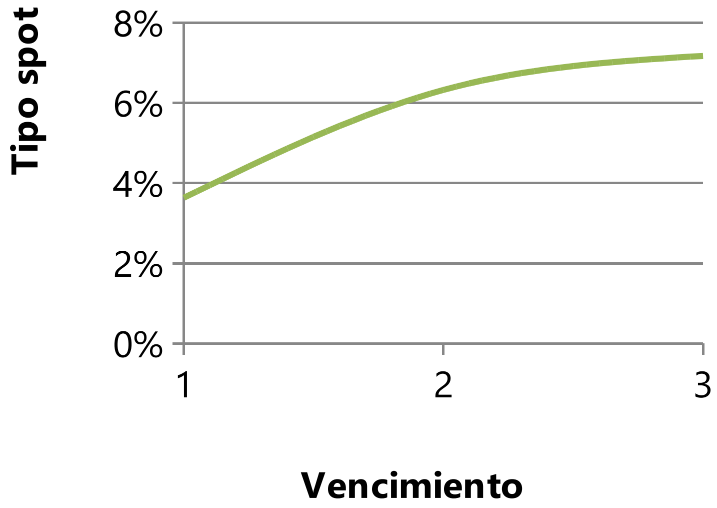
Bono	A	B	C
Vencimiento	1	2	3
Precio actual	96,50	115,00	130,00
Nominal	100,00	130,00	160,00
${}_0R_T$	3,63%	6,32%	7,17%

$$100 = 96,5 \cdot (1 + {}_0R_1) \Rightarrow {}_0R_1 = \frac{100}{96,5} - 1 = 3,63\%$$

$$130 = 115 \cdot (1 + {}_0R_2)^2 \Rightarrow {}_0R_2 = \sqrt{\frac{130}{115}} - 1 = 6,32\%$$

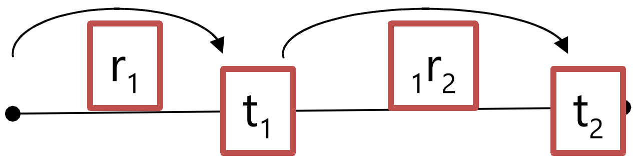
$$160 = 130 \cdot (1 + {}_0R_3)^3 \Rightarrow {}_0R_3 = \sqrt[3]{\frac{160}{130}} - 1 = 7,17\%$$

Construir la curva de tipos: el método de los bonos cupón cero



¿CÓMO SE "ESTRUCTURA" LA ETTI?

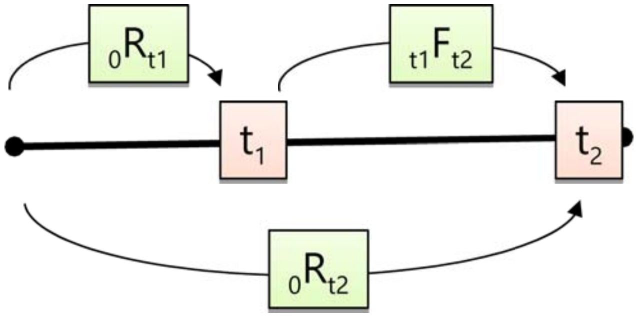
- Supongamos que nos planteamos una inversión a corto plazo (t_1), con reinversión hasta t_2 a la tasa ${}_1f_2$
  - El rendimiento acumulado por 1 um. es $(1+r_2)^{t2} = (1+r_1)^{t1} \cdot (1+{}_1f_2)^{t2-t1}$



- ETTI plana ⇒ el interés es igual para todos los plazos
  – Por ejemplo, $(1+0,06)^6 = (1+0,06)^2 \cdot (1+0,06)^4$
- Pero la ETTI suele ser creciente o descendente
  – Entonces, el mercado está aplicando una tasa ${}_1r_2$ distinta. Por ejemplo, si ${}_1f_2 >$ r1, la curva de tipos es creciente

LOS TIPOS DE INTERÉS DE PLAZO

- ${}_0R_{t1}$ expresa la rentabilidad que ahora ofrece el mercado para operaciones con vencimiento en t_1
- ${}_0R_{t2}$ es el rendimiento que podemos lograr ahora en una operación con vencimiento en t_2



$$(1+{}_0R_{t2})^{t2} = (1+{}_0R_{t1})^{t1} \cdot (1+{}_{t1}F_{t2})^{t2-t1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow {}_{t1}F_{t2} = \sqrt[t2-t1]{\frac{(1+{}_0R_{t2})^{t2}}{(1+{}_0R_{t1})^{t1}}} - 1$$

- Debe existir una relación de equivalencia financiera entre estas tasas
  - En caso contrario, habría oportunidades para obtener un margen arbitrando entre inversiones a largo y corto plazo

ARBITRAJE

Vencimiento	1	2	3
${}_0R_T$ (tasa spot)	3,63%	6,32%	7,17%

- En equilibrio, debería ser indiferente invertir a largo y corto plazo
  - Invertir 1€ al 6,32% durante dos años
  - Invertir 1€ al 3,63% un año, y reinvertir el capital resultante un segundo año, a una tasa ${}_1F_2$

$$(1+{}_0R_2)^2 = (1+{}_0R_1)^1 \cdot (1+{}_1F_2)^{2-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (1{,}0632)^2 = (1{,}0363)^1 \cdot (1+{}_1F_2) \Rightarrow {}_1F_2 = 0{,}0909$$

  - 9,09% es el tipo a plazo (forward) ${}_1F_2$
- Se verifica que los dos valores finales son iguales:
  - VF a dos años: 1 · (1 + 0,0632)2 = 1,1304
  - VF a un año: 1 · (1 + 0,0363) · (1 + 0,0909) = 1,1304

¿CÓMO SE EXPLICA LA FORMA DE LA CURVA DE TIPOS?

- La teoría pura de las expectativas
  - La forma de la curva expresa las expectativas de los inversores acerca de las tasas futuras
- La teoría de la preferencia por la liquidez, o modelo sesgado de las expectativas
  - La incertidumbre obliga a establecer primas para hacer más atractivos los activos a medio y largo plazo
- La teoría del hábitat preferido
- La teoría de la segmentación del mercado
  - Los tipos a largo y corto plazo se determinan de forma independiente, en mercados separados.

APLICACIONES DE LA CURVA DE TIPOS EN GESTIÓN FINANCIERA

- Valoración de activos de renta fija
  – La curva contiene los tipos adecuados para descontar los pagos de los bonos
- Evaluación de la exposición al riesgo de interés
  – El riesgo de interés se deriva de cambios en la forma de la curva
- Diseño de estrategias de cobertura
- Arbitraje y especulación en mercados financieros
  – Arbitraje entre diferentes plazos (tipos spot y futuros), y/o en diferentes mercados.

ARBITRAJE

- Nuestro bono debería valer en torno a 137,63€

$$P_0 = \frac{0{,}04 \cdot 150}{1{,}0363} + \frac{0{,}04 \cdot 150}{1{,}0632^2} + \frac{0{,}04 \cdot 150 + 150}{1{,}0717^3} = 137{,}63 \text{ um.}$$

- ¿Qué ocurre si su precio es diferente, digamos 130€?
  - El bono está infravalorado, y cabe esperar que su precio tienda a reducirse. Esto lo induce el arbitraje
  - Podríamos obtener un pequeño margen de beneficio formando una operación de arbitraje
    - Arbitrar significa formar una posición combinada libre de riesgo, y que no implica cambio en la riqueza neta del inversor (salvo el beneficio que espera obtener)
  - Para ello es preciso intercambiar el bono por una cartera de bonos cupón cero, equivalente en flujos de caja

LA EQUIVALENCIA ENTRE BONOS CUPÓN Y BONOS CUPÓN CERO (BCC)

- Es posible reemplazar un bono cupón por una cartera de BCC que ofrecen los mismos flujos de caja, en los mismos vencimientos
  - La condición para ello es que los BCC sean divisibles

Año	P_0	P_n	i
BCC A	96,5	100	3,63%
BCC B	115	130	6,32%
BCC C	130	160	7,17%

Año	0	1	2	3
Bono cupón	-137,63	6	6	156
BCC A	5,59	6	-	-
BCC B	5,31	-	6	-
BCC C	126,74	-	-	156
Diferencia	0	0	0	0

LA EQUIVALENCIA ENTRE BONOS CUPÓN Y BONOS CUPÓN CERO (BCC)

- La operación de arbitraje consta de dos transacciones, que se apoyan mutuamente
  - Comprar el bono a 130€
  - Vender una cartera de BCC, compuesta por:
    - 6 um. del BCC con vencimiento en t = 1 . . . . . . 5,59€ (3,63%)
    - 6 um. del BCC con vencimiento en t = 2 . . . . . . 5,31€ (6,32%)
    - 156 um. del BCC con vencimiento en t = 3 . . . . 126,74€ (7,17%)
  - Con la venta se perciben 137,63€. Esto es equivalente a tomar dinero en préstamo, en las cantidades y plazos referidos, y a los tipos de interés de contado
- Consecuencias
  - Se obtiene un margen de arbitraje de 7,63€.
  - Se crea una presión de compra sobre el bono, que tiende a elevar su precio hasta que las oportunidades de arbitraje desaparecen (en torno a 137,63€).

PRECIO Y TIPOS DE CONTADO (SPOT)

- El precio del bono se sitúa en torno al valor actual de sus pagos, calculado a las tasas de contado (spot)
  - El precio depende directamente de los tipos de interés (rt)
- ¿Qué puede ocurrir con la ETTI?
  - Si los tipos aumentan en todos los vencimientos, se reduce el VAN del bono, y su precio tenderá a caer
  - Si los tipos aumentan en todos los vencimientos, el precio del bono tenderá a aumentar, paralelamente a su VAN
- Pero la ETTI no se desplaza solo de forma paralela
  - Pueden modificarse su curvatura y/o su pendiente, y entonces el efecto sobre el VAN es indeterminado
  - Un aspecto clave es la modelización de la ETTI

EL RIESGO DE INTERÉS

- Un bono incorpora dos factores principales de riesgo
  - El riesgo de crédito
  - El riesgo de interés
- El riesgo de interés expresa la posibilidad de que el valor de la cartera de renta fija cambie como consecuencia de alteraciones en la ETTI
- El riesgo de interés tiene dos expresiones externas
  - Riesgo de precio de mercado
  - Riesgo de reinversión

EL VENCIMIENTO

- En un mercado con una ETTI plana (i = 6%) se ponen en circulación dos bonos cupón
- Si los tipos de interés se reducen al 3%, ¿qué ocurre con los precios?

	Nominal	Cupón	t
C	60	4%	4
D	60	4%	6

	Inicial	Final	Δ
	6%	3%	-50,00%
P_C	55,84	62,23	11,44%
P_D	54,10	63,25	16,92%

El bono cuyo vencimiento está más alejado (a más l/p) experimenta una caída de precio más intensa

EL CUPÓN DEL BONO

- En un mercado con una ETTI plana (i = 6%) se ponen en circulación dos bonos cupón
- Si los tipos de interés se reducen al 3%, ¿qué ocurre con los precios?

	Nominal	Cupón	t
A	60	6%	4
B	60	3%	4

	Inicial	Final	Δ
	6%	3%	-50,00%
P_A	60,00	66,69	11,15%
P_B	53,76	60,00	11,60%

El bono que paga un cupón más pequeño experimenta una caída de precio más intensa

LA ESTRUCTURA DE PAGOS DEL BONO

- En un mercado con una ETTI plana (i = 6%) se ponen en circulación dos bonos
- Si los tipos de interés se reducen al 3%, ¿qué ocurre con los precios?

	N	Cupón	t	
M	60,00	6%	4	Cupón
N	60,00	6%	4	CC

	Inicial	Final	Variación
	6%	3%	-50,00%
P_M	60,00	66,69	11,15%
P_N	60,00	67,30	12,17%

El bono cupón cero experimenta una caída de precio más intensa

EN RESUMEN…

- El riesgo de interés parece ser más intenso en…
  - Los bonos cupón cero
  - Los bonos que pagan cupones más bajos
  - Los bonos que tienen una fecha de vencimiento más alejada en el tiempo
- Estos resultados sugieren que el riesgo es más elevado en los bonos cuyos pagos están más alejados en el tiempo
  - El riesgo viene dado fundamentalmente por la distribución temporal de los pagos

LOS TEOREMAS DE MALKIEL

- De forma muy general, la exposición es tanto mayor cuanto más desplazados hacia el futuro están los pagos
- Los teoremas de Malkiel
  - Teorema 1: Los precios de los bonos varían en sentido inverso a las tasas de rentabilidad
  - Teorema 2: A mayor duración, mayor es el cambio en el precio, asociado a cambios en la rentabilidad
  - Teorema 3: A mayor vencimiento, mayor es el cambio en el precio, asociado a cambios en la rentabilidad

TRES MEDIDAS BÁSICAS

- Duración
  - Una medida del vencimiento medio de los pagos del bono (inferior a la duración, si se pagan cupones)
  - Proporciona el fundamento para la inmunización
- Volatilidad
  - Una medida del cambio previsible en el precio cuando los tipos de interés se modifican en una cuantía infinitesimal (geométricamente, la derivada de P=f[r])
- Convexidad
  - Una medida del grado de curvatura de la función P=f[r], que no es lineal.

LA DURACIÓN DE MACAULAY

- Es una medida del vencimiento medio del bono:
  - Se calcula como una media ponderada de los vencimientos de sus pagos; la ponderación es el peso relativo de cada pago en el VAN del título

$$D = \sum t \cdot \frac{CF_t \cdot (1+r)^t}{P_0} = \sum t \cdot \alpha_t$$

- ¿Por qué es una medida significativa de riesgo?
  - Porque evalúa la distribución temporal de los pagos, relacionando cuantías y vencimientos
  - Porque está relacionada con la volatilidad
  - Porque es la elasticidad del precio en relación a $(1+r)^{-1}$

Título	Emisión	N	i	Pago	Tiempo a vto.	P_0
A	0	20	4%	anual	3	18
B	0	50	2%	semestral	4	37
C	-2	30	5%	semestral	3	27

	i_2	j	i
A	3,86%	7,72%	7,87%
B	5,03%	10,05%	10,31%
C	4,43%	8,87%	9,07%

► **Ejemplo 19**

TÍTULO A	1	2	3
CF_t	0,80	0,80	20,80
$CF_t \cdot t$	0,80	1,60	62,40
$CF_t \cdot t \cdot (1+r)^{-t}$	0,74	1,38	49,71

$$D = \sum t \cdot \frac{CF_t \cdot (1+r)^t}{P_0} = \frac{0{,}74 + 1{,}38 + 49{,}71}{18} = 2{,}88 \text{ años}$$

En lo que respecta exclusivamente al riesgo de interés, A es menos arriesgado que B, cuya duración es D_B = 7,67 semestres ≈ 3,84 años

LA VOLATILIDAD

- Medida de la variación relativa del precio del título cuando se modifica la rentabilidad

$$V = \frac{1}{P_0} \cdot \frac{dP_0}{dr} = \frac{1}{P_0} \cdot -\sum_t t \cdot CF_t \cdot (1+r)^{-t-1} = \frac{-D}{1+r}$$

Alternativamente,

$$\frac{1}{P_0} \cdot \frac{dP_0}{dr} = \frac{-D}{1+r} \Rightarrow \frac{dP_0}{dr} = \frac{-D \cdot P_0}{1+r} \Rightarrow dP_0 = \frac{-D \cdot P_0}{1+r} \cdot dr$$

  - Se basa en la presunción de un cambio lineal (enfoque delta)

USANDO LA VOLATILIDAD

	Duración(años)	(1+r)	Volatilidad
A	2,88	1,0787	-2,67
B	3,84	1,1031	-3,48
C	2,81	1,0907	-2,58

$$V = \frac{1}{P_0} \cdot \frac{dP_0}{dr} = \frac{-D}{1+r}$$

¿Qué ocurre si r_A pasa del 7,87% al 13,87%?

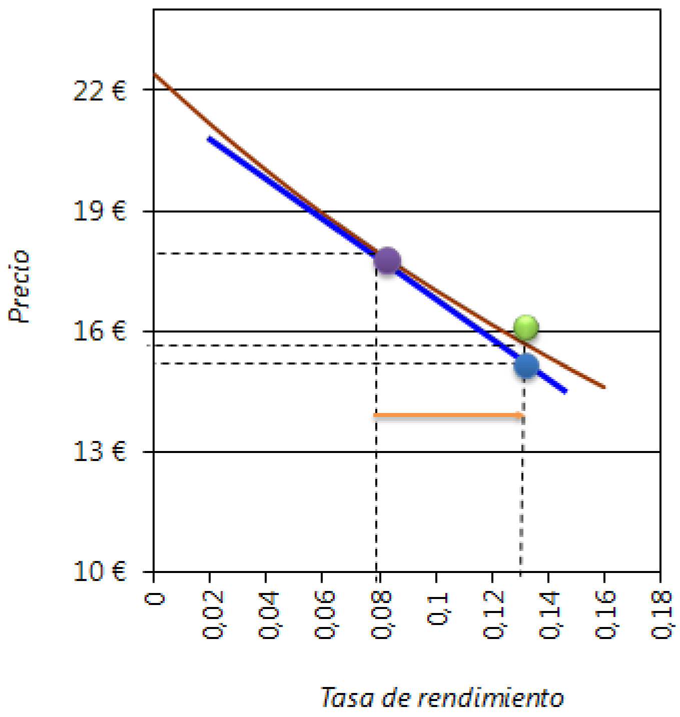
$$V = \frac{1}{P_0} \cdot \frac{dP_0}{dr} = \frac{-D}{1+r} \Rightarrow \boxed{dP_0 = \frac{-D \cdot P_0}{1+r} \cdot dr}$$

$$dP_0 = \frac{-2{,}88 \cdot 18}{1+0{,}0787} \cdot (13{,}87\% - 7{,}87\%) = -2{,}88€ \Rightarrow P_0' = 18 - 2{,}88 = 15{,}12€$$

▶ **Ejemplo 19**

LAS LIMITACIONES DE LA DURACIÓN

- D ofrece una estimación lineal del cambio del precio (enfoque delta)
  - Pero la relación entre estas variables no es lineal
- Entonces, la estimación basada en D está sesgada
  - El sesgo es tanto mayor cuanto más amplia sea la variación de r
- La duración se completa con una medida de tipo gamma: la convexidad



LA CONVEXIDAD

- Grado de curvatura de la función P = f(r)

$$C_x = \frac{1}{P_0} \cdot \frac{d^2 P_0}{dr^2} = \frac{\sum t \cdot (1+t) \cdot CF_t \cdot (1+r)^{-t-2}}{P_0}$$

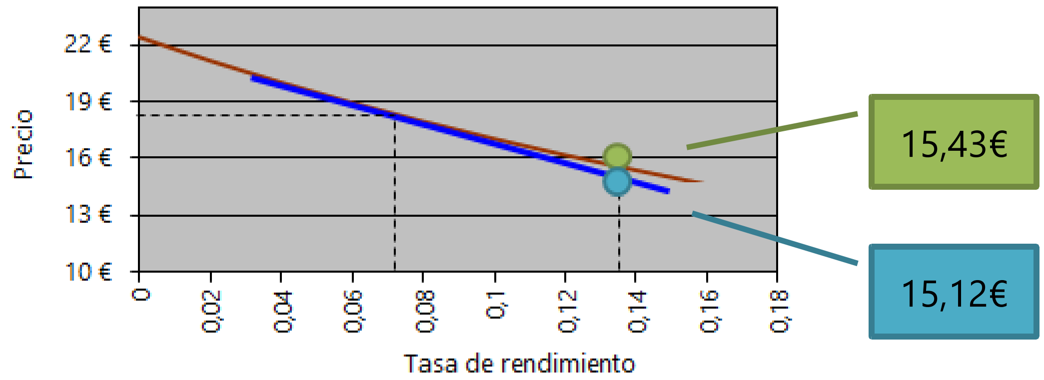
- La convexidad…
  - Crece con la duración
  - Disminuye con el cupón
  - Es máxima en los bonos cupón cero
  - Tiene un efecto asimétrico
    - Atenúa las caídas en el precio, e intensifica las alzas

COMBINANDO LA DURACIÓN Y LA CONVEXIDAD

- La convexidad complementa a la estimación del cambio en el precio proporcionada por la duración, cuando las alteraciones en r son discretas
  - La duración es el principal elemento explicativo del cambio en el precio; su efecto tiene signo negativo
  - La curvatura de la función P=f(r) tiende a atenuar las caídas de precio, y a intensificar las alzas
    - Implica una corrección (positiva) a la estimación basada en la duración

$$\frac{P - P_0}{P_0} = -\frac{D \cdot (r - r_0)}{1 + r_0} + \frac{Cx \cdot (r - r_0)^2}{2}$$

r	Precio de A
4%	20,00 €
6%	18,93 €
7,87%	18,00 €
8%	17,94 €
10%	17,02 €
12%	16,16 €
13,87%	15,41 €
14%	15,36 €
16%	14,61 €



Duración	2,88	años
Volatilidad	-2,67	
Convexidad	9,76	

Cambio en P	-2,88	= -2,67 · 18 · 5%
Nuevo precio	15,12 €	= 18 – 2,88
Nuevo precio real	15,41 €	
Sesgo	-0,29 €	

Efecto duración	-0,1602
Efecto convexidad	0,0176
Cambio en P	-14,26%
Nuevo precio	15,43
Sesgo	-0,03 €

$$-\frac{D \cdot (r - r_0)}{1 + r_0}$$

$$\frac{Cx \cdot (r - r_0)^2}{2}$$

INMUNIZACIÓN SIMPLE

- El riesgo de interés tiene dos componentes
  - Riesgo de reinversión
  - Riesgo de valor de mercado
- Cuando el tipo de interés cambia, estos elementos de riesgo tienen un comportamiento contrario
  - Un aumento de r mejora el valor de recuperación (el valor final de los pagos), pero empeora el precio
- La cartera de ARF está inmunizada frente al riesgo de interés cuando su vencimiento es igual a D
  - Entonces, su valor final es el mismo con independencia del comportamiento de los tipos de interés

- Observe que una estrategia como esta descansa sobre i) la presunción de que no existe riesgo crediticio; y ii) el conjunto hipotético subyacente en la formulación de la duración, incluyendo la presunción de que la ETTI se desliza arriba y abajo siempre de forma *paralela*

La volatilidad es $\frac{dP_0}{dr} \cdot \frac{1}{P_0} = \frac{-D}{1+r} = d(\log P_0)$

Supongamos que $r_0 \rightarrow r_1 \Rightarrow P_1 \rightarrow P_0$, siendo $r_0 < r_1 \Rightarrow P_1 > P_0$

$$\int_{P_0}^{P_1} d(\log P_0) = [\log P_0]_{P_0}^{P_1} = \log P_1 - \log P_0 = \log \frac{P_1}{P_0}$$

$$\int_{P_0}^{P_1} d(\log P_0) = \int_{r_0}^{r_1} \frac{-D}{1+r} dr = -D \cdot [\log(1+r)]_{r_0}^{r_1} =$$

$$= -D \cdot [\log(1+r_1) - \log(1+r_0)] = \log \frac{(1+r_0)^D}{(1+r_1)^D}$$

$$\log \frac{P_1}{P_0} = \log \frac{(1+r_0)^D}{(1+r_1)^D} \Rightarrow \boxed{P_1 \cdot (1+r_1)^D = P_0 \cdot (1+r_0)^D}$$

QUEDA MUCHO POR HACER

- En su especificación básica, las medidas de riesgo descritas hasta ahora poseen una limitación crucial: el hecho de asumir que, cuando se producen alteraciones en la ETTI, éstas se manifiestan en desplazamientos paralelos de la curva de tipos, para todos los vencimientos
  - Esta hipótesis forma parte explícita de la especificación de D, V y Cx
- La revisión multifactorial de la duración y la volatilidad es relativamente sencilla, siempre y cuando seamos capaces de modelizar la ETTI, en concreto el entramado de relaciones intertemporales subyacentes
- Existen varias aproximaciones teóricas para ello. Entre ellas, la especificación browniana de los residuos en torno a las tasas esperadas y también el desarrollo de modelos multifactoriales
  - En este último caso la ETTI y sus cambios se describen a través de tres factores: *altura*, pendiente y grado de curvatura (véase, por ejemplo, de Llano y Piñeiro, 2008)

BIBLIOGRAFÍA

- de Llano, P.; Piñeiro, C. (2008): "Riesgo de tipos de interés: tres factores para la modelización". *XXII Congreso Anual de la European Business Academy*. Salamanca, Junio.
- Doldán, F. (2003): *Dirección Financiera*. Santiago: Tórculo
- Piñeiro, C. (2003): *Técnicas y modelos para la gestión financiera de la empresa*. Santiago: Tórculo
- Piñeiro, C., *et al*. (2007): *Dirección Financiera. Modelos Avanzados de Decisión con Excel*. Madrid: Delta.

BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL

- Feria, J. (2005): *El riesgo de mercado. Su medición y control*. Madrid: Delta
- Ferruz Agudo, L. (coord.) (2001): *Dirección financiera del riesgo de interés*. Madrid: Pirámide.
- Litterman, R.; Scheinkman, J. (1991): "Common Factors Affecting Bond Returns". *The Journal of Fixed Income*, Junio, pp. 54 – 61.
- Pérez, M. A. (2000): "Tratamiento del riesgo en las estrategias de inmunización financiera". *Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa* Vol. 9, nº 1, 2000, pp. 71 – 82
- Saunders, A.; Cornett, M. (2008): *Financial institutions management : a risk management approach*. Boston: McGraw – Hill